

Correctievoorschrift VWO

2021

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommiteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommiteerde.

- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.
- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*

Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinerator en gecommiteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*
Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.

Verduidelijking

Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.

Een fout

Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
- 3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Parabool en twee lijnen

1 maximumscore 8

- $f'(x) = 1 - 2x$, dus $rc_l = f'(0) = 1$ 1
- $(rc_l \cdot rc_m = -1, \text{ dus}) rc_m = -1$ 1
- $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ invullen in $y = -x + b$ geeft voor m de vergelijking $y = -x + \frac{3}{4}$ 1
- Uit $-x + \frac{3}{4} = x - x^2$ volgt $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$ 1
- Exact oplossen geeft $x = 1\frac{1}{2}$ ($x = \frac{1}{2}$ geeft T) 1
- De oppervlakte van V is gelijk aan $\int_{\frac{1}{2}}^{1\frac{1}{2}} \left((x - x^2) - \left(-x + \frac{3}{4}\right) \right) dx$ 1
- Een primitieve van $-x^2 + 2x - \frac{3}{4}$ is $-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{3}{4}x$ 1
- Invullen van de grenzen geeft: de oppervlakte van V is $\frac{1}{6}$ 1

Goniometrische functies

2 maximumscore 4

- $2 \sin(x) - \sin(2x) = \sin(2x)$ herleiden tot $\sin(x) = \sin(2x)$ 1
- Dit geeft $x = 2x + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) of $x = \pi - 2x + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- Hieruit volgt $x = k \cdot 2\pi$ (met k geheel) of $x = \frac{1}{3}\pi + k \cdot \frac{2}{3}\pi$ (met k geheel) 1
- De x -coördinaten van P en Q zijn $x = \frac{1}{3}\pi$ en $x = 1\frac{2}{3}\pi$ (de andere oplossingen geven punten op de x -as) 1

of

- $2 \sin(x) - \sin(2x) = \sin(2x)$ herleiden tot $\sin(x) = \sin(2x)$ 1
- Dit geeft $\sin(x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ 1
- Dit geeft $\sin(x) = 0$ of $\cos(x) = \frac{1}{2}$ 1
- De x -coördinaten van P en Q zijn $x = \frac{1}{3}\pi$ en $x = 1\frac{2}{3}\pi$ (de andere oplossingen geven punten op de x -as) 1

3 maximumscore 5

- De oppervlakte van V kan berekend worden met $\int_a^b (f(x) - h(x)) dx$ (met $a = 1,33$ en $b = 2,97$) 1
- $h(x) = \sin(2x) + 1$ 1
- De primitieve van $f - h$ is $-2 \cos(x) + \cos(2x) - x$ 2
- De gevraagde oppervlakte is 2,6 1

Opmerking

Voor het derde antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

4 maximumscore 4

- $f\left(\frac{1}{3}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $k\left(\frac{1}{3}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ (en zijn dus gelijk) 1
- $f'(x) = 2\cos(x) - 2\cos(2x)$ 1
- $k'(x) = \frac{1}{2\cos^2(x)}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $f'\left(\frac{1}{3}\pi\right) = 2$ en $k'\left(\frac{1}{3}\pi\right) = 2$ (en zijn dus gelijk) (dus de grafiek van k raakt de grafiek van f in een punt met x -coördinaat $\frac{1}{3}\pi$) 1

Aardbevingen

5 maximumscore 4

- Er geldt $6 = \frac{d}{t}$ (of een gelijkwaardige vorm) (waarbij t de tijd is, waarop de eerste primaire golf bij het meetstation aankomt) 1
- (Voor de secundaire golf geldt) $3,5 = \frac{d}{t+17}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost 1
- Hieruit volgt ($d =$) 142,8 (of 143) (km) 1

of

- De tijd die de primaire golf nodig heeft is $\frac{d}{6}$ (seconden) 1
- De tijd die de secundaire golf nodig heeft is $\frac{d}{3,5}$ (seconden) 1
- Er geldt dus $\frac{d}{3,5} - \frac{d}{6} = 17$ 1
- Hieruit volgt ($d =$) 142,8 (of 143) (km) 1

6 maximumscore 6

- Voor de coördinaten van het epicentrum geldt $x^2 + y^2 = 240^2$ en $(x-192)^2 + (y-128)^2 = 80^2$ 1
- Uit het verschil van beide vergelijkingen volgt $384x - 192^2 + 256y - 128^2 = 240^2 - 80^2$ 1
- Herleiden tot $y = -1,5x + 408$ 1
- Invullen (bijvoorbeeld in de vergelijking van de cirkel om S) en herleiden geeft $3,25x^2 - 1224x + 108864 = 0$ 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $x = 144$ en $x = 232,6\dots$ 1
- De gevraagde coördinaten zijn (144, 192) en (233, 59) 1

of

- $ST = \sqrt{192^2 + 128^2} = 230,75\dots$ 1
- Voor de hellingshoek α van ST geldt $\tan(\alpha) = \frac{128}{192}$, waaruit volgt $\alpha = 33,69\dots(^{\circ})$ 1
- Toepassen van de cosinusregel in driehoek STE (met E de plaats van het epicentrum) geeft $80^2 = 240^2 + 230,75\dots^2 - 2 \cdot 240 \cdot 230,75\dots \cdot \cos(\angle EST)$ 1
- Algebraïsch oplossen geeft $\angle EST = 19,44\dots(^{\circ})$ 1
- De hellingshoek van SE is dus gelijk aan $33,69\dots + 19,44\dots = 53,13\dots(^{\circ})$ of gelijk aan $33,69\dots - 19,44\dots = 14,25\dots(^{\circ})$ 1
- Dit geeft voor E ($240 \cdot \cos(53,13\dots)$, $240 \cdot \sin(53,13\dots)$) en ($240 \cdot \cos(14,25\dots)$, $240 \cdot \sin(14,25\dots)$), dus de gevraagde coördinaten zijn (144, 192) en (233, 59) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> Voor de coördinaten van het epicentrum geldt $x^2 + y^2 = 240^2$ en $(x-192)^2 + (y-128)^2 = 80^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Uit de eerste vergelijking volgt $y = \sqrt{240^2 - x^2}$; invullen in de tweede vergelijking geeft $(x-192)^2 + (\sqrt{240^2 - x^2} - 128)^2 = 80^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dit geeft $x^2 - 2 \cdot 192 \cdot x + 192^2 + 240^2 - x^2 - 2 \cdot 128 \cdot \sqrt{240^2 - x^2} + 128^2 = 80^2$ en hieruit volgt $-256\sqrt{240^2 - x^2} = 384x - 104\,448$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Herleiden tot $3,25x^2 - 1224x + 108\,864 = 0$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De oplossingen van deze vergelijking zijn $x = 144$ en $x = 232,6\dots$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De gevraagde coördinaten zijn $(144, 192)$ en $(233, 59)$ 	1

7 maximumscore 6

- Er geldt $4,5 = 10^{a-b \cdot 7,5}$ en $285,5 = 10^{a-b \cdot 6}$ 1
- Het stelsel $\begin{cases} a - 7,5b = \log(4,5) \\ a - 6b = \log(285,5) \end{cases}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost 1
- Dit geeft $a = 9,66\dots$ en $b = 1,20\dots$ 1
- $N = 10^{9,66\dots - 1,20\dots \cdot 6,5} = 71,5\dots$ 1
- $(56 + 15 + 3,1 + 1,1 + 0,3 =) 75,5$, dus de voorspelling wijkt $(-)4$ af 1

Opmerking

Als doorgerekend wordt met waarden van a en b die zijn afgerond op twee decimalen (resultierend in het eindantwoord $(-)1$) of meer dan twee decimalen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Een vierkant en vier vectoren

8 maximumscore 6

- $\overline{CP} = \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix}$ en $\overline{CA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 1

- $\cos(\angle PCA) = \frac{\begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right|}$ 1

- Dit is gelijk aan $\frac{p+1}{\sqrt{p^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 1

- ($\overline{CQ} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} \\ -1 \end{pmatrix}$ dus) (p vervangen door $\frac{1}{p}$ geeft)

$$\cos(\angle ACQ) = \frac{\frac{1}{p} + 1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + 1} \cdot \sqrt{2}} \quad 1$$

- Teller en noemer van $\frac{\frac{1}{p} + 1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + 1} \cdot \sqrt{2}}$ vermenigvuldigen met p geeft

$$\frac{1+p}{\sqrt{p^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + 1} \cdot \sqrt{2}} \quad 1$$

- Dit is gelijk aan $\frac{1+p}{\sqrt{1+p^2} \cdot \sqrt{2}}$, (dus $\cos(\angle ACQ) = \cos(\angle PCA)$), dus (in deze situatie) $\angle ACQ = \angle PCA$ (dus de hoek tussen de vectoren \overline{CP} en \overline{CA} is gelijk aan de hoek tussen de vectoren \overline{CA} en \overline{CQ}) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> • $\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\cos(\angle PCA) = \frac{\begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right }$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Dit is gelijk aan $\frac{p+1}{\sqrt{p^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • ($\overrightarrow{CQ} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} \\ -1 \end{pmatrix}$) dus ($p$ vervangen door $\frac{1}{p}$ geeft) 	
	$\cos(\angle ACQ) = \frac{\frac{1}{p} + 1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + 1} \cdot \sqrt{2}}$	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Gelijkstellen van beide uitdrukkingen en vervolgens kruislings vermenigvuldigen geeft (dat bewezen moet worden): 	
	$\sqrt{p^2} \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + 1} + \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + 1} = \sqrt{\frac{1}{p^2}} \sqrt{p^2 + 1} + \sqrt{p^2 + 1}$	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Dit geeft $\sqrt{1+p^2} + \sqrt{\frac{1}{p^2}+1} = \sqrt{1+\frac{1}{p^2}} + \sqrt{p^2+1}$, (en dit is inderdaad aan elkaar gelijk, dus $\cos(\angle ACQ) = \cos(\angle PCA)$), dus (in deze situatie) $\angle ACQ = \angle PCA$ (dus de hoek tussen de vectoren \overrightarrow{CP} en \overrightarrow{CA} is gelijk aan de hoek tussen de vectoren \overrightarrow{CA} en \overrightarrow{CQ}) 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> • De richtingscoëfficiënt van de lijn door C en Q is $\frac{-1}{\frac{1}{p}} = -p$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Het snijpunt R van de lijn door C en Q en lijnstuk AB heeft dus y-coördinaat $1-p$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $PA = 1-p$, dus $PA = RA$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\angle PAC = \angle RAC (= 45^\circ)$ (want AC is een diagonaal van een vierkant) 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Ook geldt $CA = CA$, dus $\triangle CAP$ is gelijkvormig met $\triangle CAR$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Uit deze gelijkvormigheid volgt dat $\angle ACQ = (\angle ACR =) \angle ACP$ (dus de hoek tussen de vectoren \overrightarrow{CP} en \overrightarrow{CA} is gelijk aan de hoek tussen de vectoren \overrightarrow{CA} en \overrightarrow{CQ}) 	1
	of	

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- $\frac{OC}{OP} = \frac{1}{p}$ 1
- $\frac{OQ}{OC} = \frac{\frac{1}{p}}{1} = \frac{1}{p}$ 1
- Ook geldt $\angle POC = \angle COQ$, dus $\triangle OPC$ is gelijkvormig met $\triangle OCQ$ 1
- $\angle OQC = \angle BCQ$ (Z-hoeken), dus $\angle OCP = \angle OQC = \angle BCQ$ 1
- $\angle ACP = 45^\circ - \angle OCP$ en $\angle QCA = 45^\circ - \angle BCQ$ 1
- Dus $\angle ACP = \angle QCA$ (dus de hoek tussen de vectoren \overrightarrow{CP} en \overrightarrow{CA} is gelijk aan de hoek tussen de vectoren \overrightarrow{CA} en \overrightarrow{CQ}) 1

9 maximumscore 7

- De coördinaten van M zijn $(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 1
- $\overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} 1-p \\ 1 \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{QM} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 1
- \overrightarrow{PB} staat loodrecht op \overrightarrow{QM} als $\begin{pmatrix} 1-p \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$ 1
- De vergelijking $(1-p) \cdot (\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}) + 1 \cdot \frac{1}{2} = 0$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0,54$ (want $0 < p < 1$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door P en B is $\frac{1}{1-p}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door M loodrecht op PB is $p-1$ 1
- De coördinaten van M zijn $(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 1
- Hieruit volgt dat een vergelijking van de lijn door M loodrecht op PB is $y = (p-1)x - \frac{1}{2}p^2 + 1$ 1
- Deze lijn gaat door Q als $0 = (p-1) \cdot \frac{1}{p} - \frac{1}{2}p^2 + 1$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0,54$ (want $0 < p < 1$) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> In dit geval is de lijn door M en Q de middelloodlijn van lijnstuk PB 	2
	<ul style="list-style-type: none"> (Omdat Q op deze middelloodlijn ligt, geldt) $PQ = BQ$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $PQ = \frac{1}{p} - p$ en $AQ = \frac{1}{p} - 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $BQ = \sqrt{\left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 + 1}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{1}{p} - p = \sqrt{\left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 + 1}$ kan worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $p \approx 0,54$ (want $0 < p < 1$) 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $PM^2 = \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $QM^2 = \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $PQ^2 = \left(\frac{1}{p} - p\right)^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De vergelijking $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{p} - p\right)^2$ moet worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $p \approx 0,54$ (want $0 < p < 1$) 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $\overline{PB} = \begin{pmatrix} 1-p \\ 1 \end{pmatrix}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Een vergelijking van een normaalvector van \overline{PB} is $(1-p)x + y = c$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Invullen van $Q\left(\frac{1}{p}, 0\right)$ geeft voor de normaalvector door Q dat 	
	<ul style="list-style-type: none"> $(1-p) \cdot \frac{1}{p} = c$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De normaalvector moet door M gaan, dus er moet gelden 	
	<ul style="list-style-type: none"> $(1-p) \cdot \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = (1-p) \cdot \frac{1}{p}$ (en deze vergelijking moet worden opgelost) 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $p \approx 0,54$ (want $0 < p < 1$) 	1
	of	

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> • Er moet gelden $PQ \cdot AB = PB \cdot QM$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $PQ = \frac{1}{p} - p$ (en $AB = 1$) 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $PB = \sqrt{(1-p)^2 + 1}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $QM = \sqrt{\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • De vergelijking $\left(\frac{1}{p} - p\right) \cdot 1 = \sqrt{(1-p)^2 + 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$ moet worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $p \approx 0,54$ (want $0 < p < 1$) 	1

Opmerking

In het derde antwoordalternatief mogen voor het eerste antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Limiet van een verhouding

10 maximumscore 4

- $t^2 = a$ geeft $t = -\sqrt{a}$ of $t = \sqrt{a}$ 1
- $y_S = y(-\sqrt{a}) = a + 2\sqrt{a}$ en $y_R = y(\sqrt{a}) = a - 2\sqrt{a}$ 1
- $\frac{QR}{QS} = \frac{a - 2\sqrt{a}}{a + 2\sqrt{a}} = \frac{1 - \frac{2}{\sqrt{a}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{a}}}$ 1
- $\left(\frac{2}{\sqrt{a}}\right)$ nadert naar 0 als a onbegrensd toeneemt, dus) de limiet is 1 1
 (of $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{\sqrt{a}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{a}}} = 1$)

Gebroken functie met een parameter

11 maximumscore 3

- $f_1(x) = x + \frac{4}{x^2}$ 1
- (Als x onbegrensd toeneemt, nadert $\frac{4}{x^2}$ tot 0, dus) de vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ 1
- Omdat ($4 > 0$ en) $x^2 > 0$, geldt $x + \frac{4}{x^2} > x$ (dus ligt de grafiek van f_1 boven de scheve asymptoot) 1

12 maximumscore 5

- Er geldt $f_p'(x) = \frac{x^2 \cdot 3x^2 - (x^3 + 4p) \cdot 2x}{(x^2)^2}$ 1
- Herleiden tot $f_p'(x) = 1 - \frac{8p}{x^3}$ (of $f_p'(x) = \frac{x^4 - 8px}{x^4}$) 1
- $f_p'(x) = 0$ geeft voor de x -coördinaat van de top $p = \frac{1}{8}x^3$ 1
- Invullen in $x^3 + 4p$ geeft $1\frac{1}{2}x^3$ 1
- Dus de y -coördinaat van de top is $\frac{1\frac{1}{2}x^3}{x^2} = 1\frac{1}{2}x$ (dus de toppen liggen op de lijn met vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	• Er geldt $f_p(x) = x + \frac{4p}{x^2} = x + 4px^{-2}$	1
	• $f_p'(x) = 1 - \frac{8p}{x^3}$	1
	• $f_p'(x) = 0$ geeft voor de x -coördinaat van de top $x = \sqrt[3]{8p}$ ($= 2p^{\frac{1}{3}}$)	1
	• Invullen in $x^3 + 4p$ geeft $12p$ en invullen in x^2 geeft $\left(2p^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 4p^{\frac{2}{3}}$, dus de y -coördinaat van de top is $\frac{12p}{4p^{\frac{2}{3}}} = 3p^{\frac{1}{3}}$	1
	• (Voor elke waarde van $p > 0$ geldt) $\frac{3p^{\frac{1}{3}}}{2p^{\frac{1}{3}}} = 1\frac{1}{2}$ (of $3p^{\frac{1}{3}} = 1\frac{1}{2} \cdot 2p^{\frac{1}{3}}$) (dus de toppen liggen op de lijn met vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$)	1

Absolute natuurlijke logaritme

13 maximumscore 6

- $|\ln(x_C)| = \ln(x_C) = q$ (want $\ln(x_C) > 0$), dus $x_C = e^q$ 1
 - $|\ln(x_B)| = -\ln(x_B)$ (want $\ln(x_B) < 0$) 1
 - $-\ln(x_B) = q$, dus $\ln(x_B) = -q$, dus $x_B = e^{-q}$ 1
 - De vergelijking $(e^q - e^{-q} = 3e^{-q})$, dus $e^q = 4e^{-q}$ moet worden opgelost 1
 - Hieruit volgt $e^{2q} = 4$ 1
 - Dus $q = \frac{1}{2}\ln(4)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- of
- Er moet gelden $(x_C - x_B = 3 \cdot x_B)$, dus $x_C = 4 \cdot x_B$ 1
 - De vergelijking $|\ln(b)| = |\ln(4b)|$ moet worden opgelost, waarbij b de x -coördinaat van B is 1
 - $|\ln(b)| = -\ln(b)$ (want $\ln(b) < 0$) en $|\ln(4b)| = \ln(4b)$ (want $\ln(4b) > 0$) 1
 - Uit $-\ln(b) = \ln(4b)$ volgt $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = \ln(4b)$ 1
 - $\frac{1}{b} = 4b$, dus $1 = 4b^2$ 1
 - Dit geeft $b = \frac{1}{2}$ ($b = -\frac{1}{2}$ voldoet niet), dus $q = \ln(2)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

P en P'**14 maximumscore 6**

- De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180 - 120 =) 60^\circ$ 1
- De richtingscoëfficiënt van deze lijn is dus $\sqrt{3}$ 1
- Voor de x -coördinaat van P geldt $\sqrt{3} \cdot x = 6\sqrt{x}$ 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x = 12$ ($x = 0$ voldoet niet) 1
- Dus $P(12, 6\sqrt{12})$, dus $OP = \sqrt{12^2 + (6\sqrt{12})^2} = 24$ 1
- Dus $x_{P'} = -24$ 1

of

- $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix}$ en een richtingsvector van OP' is $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (of een andere vector van de vorm $\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$ met $a < 0$) 1

- $\cos(120^\circ) = \frac{\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|}$ 1

- Dus $-\frac{1}{2} = \frac{-p}{\sqrt{p^2 + 36p}}$ 1

- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 12$ 1

- Dus $P(12, 6\sqrt{12})$, dus $OP = \sqrt{12^2 + (6\sqrt{12})^2} = 24$ 1

- Dus $x_{P'} = -24$ 1

of

- Als $P(p, 6\sqrt{p})$, dan is $OP = \sqrt{p^2 + 36p}$ 1

- Dan geldt $x_{P'} = -\sqrt{p^2 + 36p}$ 1

- De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180 - 120 =) 60^\circ$ 1

- De richtingscoëfficiënt van deze lijn is dus $\sqrt{3}$ 1

- Als Q de loodrechte projectie van P op de x -as is, dan geldt $PQ = p\sqrt{3}$; er moet gelden $OP^2 = OQ^2 + PQ^2$, dus $p^2 + 36p = p^2 + 3p^2$; dit geeft $3p^2 = 36p$, dus $p = 12$ ($p = 0$ voldoet niet) 1

- Dus $OP = \sqrt{12^2 + 36 \cdot 12} = 24$, dus $x_{P'} = -24$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> Als $P'(-p, 0)$, dan is $OP = p$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180 - 120 =) 60^\circ$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Als Q de loodrechte projectie van P op de x-as is, dan is OQP een $1-2-\sqrt{3}$-driehoek 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Hieruit volgt dat $OQ = \frac{1}{2}p$ en $PQ = \frac{1}{2}p\sqrt{3}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dus $6\sqrt{\frac{1}{2}p} = \frac{1}{2}p\sqrt{3}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Een exacte berekening waaruit volgt $p = 24$ ($p = 0$ voldoet niet), dus $x_{P'} = -24$ 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> Als $P(p, 6\sqrt{p})$, dan is $OP = \sqrt{p^2 + 36p}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dan geldt $\overrightarrow{OP'} = \begin{pmatrix} -\sqrt{p^2 + 36p} \\ 0 \end{pmatrix}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $\cos(120^\circ) = \frac{\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{p^2 + 36p} \\ 0 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} -\sqrt{p^2 + 36p} \\ 0 \end{pmatrix} \right }$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dus $-\frac{1}{2} = \frac{-p \cdot \sqrt{p^2 + 36p}}{p^2 + 36p}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Een exacte berekening waaruit volgt $p = 12$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dus $OP = \sqrt{12^2 + 36 \cdot 12} = 24$, dus $x_{P'} = -24$ 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> Als $P'(-p, 0)$, dan ligt P op de cirkel met middelpunt O en straal p, en die heeft vergelijking $x^2 + y^2 = p^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Invullen van $y = 6\sqrt{x}$ geeft $x^2 + 36x = p^2$ voor de x-coördinaat van P 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180 - 120 =) 60^\circ$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $x_P = p \cdot \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}p$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Invullen in $x^2 + 36x = p^2$ geeft $\left(\frac{1}{2}p\right)^2 + 36 \cdot \frac{1}{2}p = p^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Een exacte berekening waaruit volgt $p = 24$ ($p = 0$ voldoet niet), dus $x_{P'} = -24$ 	1

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per examinerator in de applicatie Wolf. Cito gebruikt deze gegevens voor de analyse van de examens. Om de gegevens voor dit doel met Cito uit te wisselen dient u ze uiterlijk op 31 mei te accorderen.

Ook na 31 mei kunt u nog tot en met 9 juni gegevens voor Cito accorderen. Deze gegevens worden niet meer meegenomen in de hierboven genoemde analyses, maar worden wel meegenomen bij het genereren van de groepsrapportage.

Na accordering voor Cito kunt u in Wolf de gegevens nog wijzigen om ze vervolgens vrij te geven voor het overleg met de externe corrector. Deze optie is relevant als u Wolf ook gebruikt voor uitwisseling van de gegevens met de externe corrector.